

PAR. 6.4 DIFFRAZIONE DA BORDO OPACO

La diffrazione di Fresnel da bordo opaco di un' opportuna sorgente di elettroni , come descritto in (1) , presenta una serie di bande a diversa luminosita' , illustrate dal grafico a lato (sempre tratto da (1)) .

L' andamento delle ascisse dei massimi e minimi della figura e dato da :

$$1.6.4) \chi_n = \sqrt{\frac{\lambda b (a+b)}{a}} \cdot \sqrt{n - \frac{1}{4}}$$

Dove λ è la lunghezza d' onda dell' elettrone incidente mentre a, b sono parametri relativi alla configurazione geometrica dell' esperienza .

n è un numero naturale : $n \geq 1$. Quando n è dispari si ottiene l' ascissa di un massimo , quando n è pari , si ottiene l' ascissa di un minimo .

Se consideriamo il rapporto :

$$2.6.4) \rho_{n+1, n} = \frac{\chi_{n+1}}{\chi_n} = \sqrt{\frac{n+1 - 1/4}{n - 1/4}}$$

Tale quantita' rappresenta il rapporto tra le ascisse di massimi o minimi contigui .

È notevole osservare che la 2.6.4 non dipende né dalle particolari "condizioni geometriche" dell' esperimento e neanche dalla lunghezza d' onda dell' elettrone e quindi dalla relativa quantità di moto .

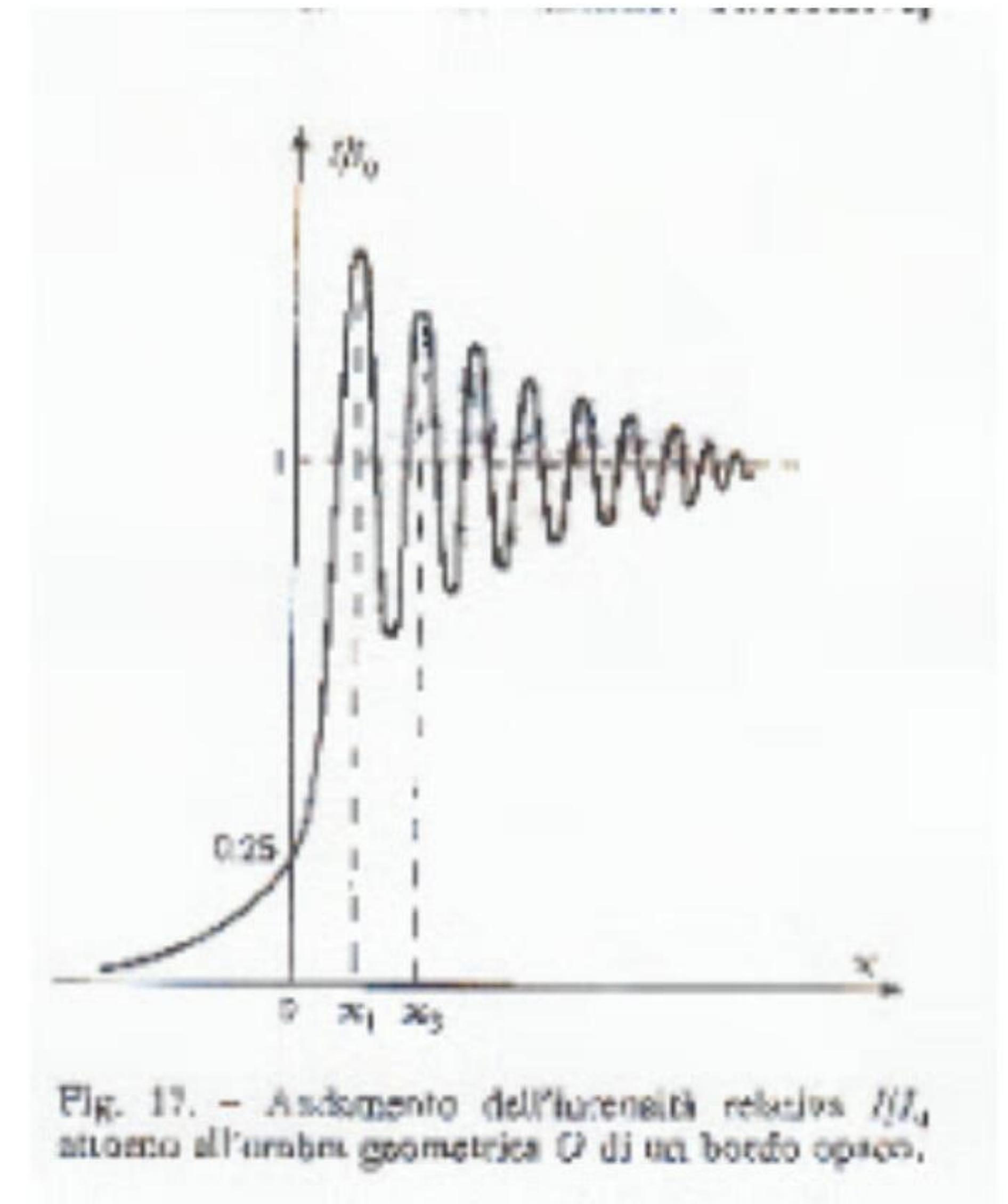


Fig. 17. - Andamento dell'intensità relativa I/I_0 attorno all'ombra geometrica O di un bordo opaco.

È plausibile pensare allora che la 2.6.4 possa dipendere dalla struttura dell' elettrone incidente e dalla sua interazione con l' elettrone legato . Facendo riferimento al PAR . 6.3 , l' interazione tra i livelli omologhi dei due elettroni e la loro disposizione reciproca può quindi essere messa in relazione con la 2.6.4 e quindi con una struttura "normalizzata" delle bande di diffrazione di elettroni da spigolo oscuro .

La 2.6.4 può essere tabellata per un sufficiente numero di valori .

Considerando la successioni dei minimi : $n = 2, 4, 6, 8, 10, \dots$ e posto : $\chi_2 = 1$ si ottiene :

$$3.6.4) \int_{4,2} = 1,46385; \int_{6,4} = 1,238278; \int_{8,6} = 1,160959; \int_{10,8} = 1,12263; \int_{12,10} = 1,09778; \int_{14,12} = 1,08176;$$

$$\int_{16,14} = 1,070259; \int_{18,16} = 1,061585; \int_{20,18} = 1,054834; \int_{22,20} = 1,049422;$$

Da cui , sempre usando la 2.6.4 , si possono ottenere le ascisse "normalizzate" :

$$4.6.4) \chi_2 = 1; \chi_4 = 1,46385; \chi_6 = 1,812653; \chi_8 = 2,104416; \chi_{10} = 2,36037; \chi_{12} = 2,59117;$$

$$\chi_{14} = 2,803028; \chi_{16} = 2,999966; \chi_{18} = 3,184749; \chi_{20} = 3,359381; \chi_{22} = 3,525375$$

Prima di procedere ulteriormente è necessario qualche altro dettaglio preliminare :

La sovrapposizione (somme dei potenziali efficaci relativi) di figure del tipo delle 6.3.F e 6.3.G del PAR . 6.3 produce una nuova struttura illustrata , in linea di principio nella FIG. 6.4.A , che riprende la FIG. 6.3.H .

Da quest'ultima si possono rilevare canali residui , derivanti dalla sovrapposizione dei canali originari , con conseguente ampiezza di tali canali che converrà misurare come distanza tra due massimi asintotici successivi : $A_{ij} = \chi_j - \chi_i$

È importante notare che l' ampiezza di un canale residuo risulta essere una particolare misura di distanza tra due sottolivelli contigui dell' elettrone libero , anche se determinata dall' interazione con i sottolivelli dell' elettrone legato.

Il modello proposto , mette in relazione la successione 4.6.4 alle strutture illustrate in FIG . 6.4.B e successivi . La struttura citata è ottenuta analogamente a quella illustrata nella FIG. 6.4.A , con alcuni dettagli da chiarire :

- I sottolivelli omologhi dei due elettroni , libero e legato , sono relativi al livello $n=9.5$, ma essendo "normalizzati" la struttura rimane analoga anche per altri casi con livelli sufficientemente popolati .
- L' elettrone legato , posto nell' origine , possiede le ascisse dei suoi minimi χ_{2i} come calcolabili dalle 7.6.3 e 8.6.3 mentre l' ascissa dei suoi massimi (coincidenti) , risulta appunto nell' origine : $\chi_{20} = 0$
- L' elettrone libero ha i suoi massimi coincidenti con la successione 4.6.4 , ma in senso invertito perché sottolivelli più esterni devono essere più vicini ai sottolivelli esterni dell' elettrone legato .
- Non vengono considerati gli effetti di componenti della q di moto dell' elettrone nel piano contenente lo spigolo oscuro.

Il modello propone di identificare i massimi della struttura descritta , massimi di potenziale efficace interno , con i minimi di popolazione elettronica rilevata nelle bande di diffrazione . Analogamente i minimi della struttura descritta , minimi di potenziale efficace interno , con i massimi di popolazione elettronica rilevata nelle bande di diffrazione .

Il modello prevede , come più volte accennato , che le dimensioni dei canali originari e di conseguenza anche quelle dei canali residui siano in stretta relazione con forze e/o potenziali esterni , in questo caso viene considerato il potenziale coulombiano generato dall' elettrone legato . L' inizio della successione invertita che è posta per scelta $\chi_2 \approx 1$ corrisponde al sottolivello più esterno che dipende dalla distanza minima iniziale dei centri di massa dei due elettroni .

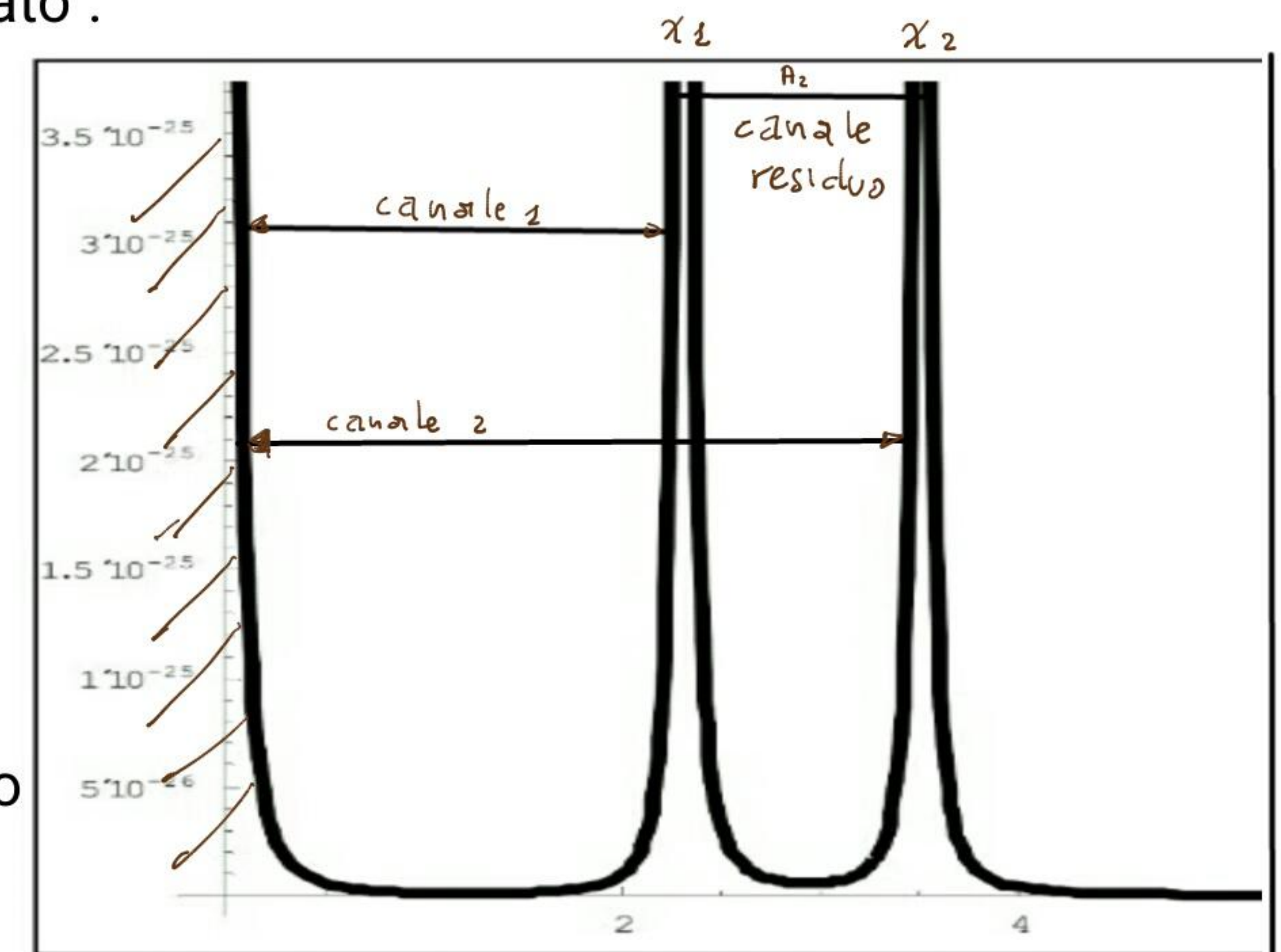


FIG . 6.4.A

Gli eventuali ulteriori sottolivelli esterni dell' elettrone libero risulterebbero compressi e quindi non visibili in funzione della posizione iniziale dei due centri di massa .

I livelli ancora piu' interni rispetto al sottolivello più interno del livello considerato : $\alpha^n/2$ risultano anch'essi poco visibili a causa della loro sempre minore ampiezza dimensionale .

Diversi casi possono presentarsi in dipendenza della posizione di "attraversamento" dell' elettrone libero rispetto a quello legato . Tale posizione viene guidata , inizialmente , all' interno del canale residuo piu' vicino al centro di massa dell' elettrone libero , in funzione della struttura creatasi in prossimità dell' attraversamento e che risulta successivamente sempre meno influente . L' azione di guida avviene in particolare per la massa più interna (e maggiore) del livello in oggetto .

La FIG. 6.4.B illustra il caso dove sono evidenziati 10 sottolivelli , di quelli potenzialmente evidenziabili , del livello : $\alpha^{9,5}$ dell' elettrone libero . Per il criterio di inversione citato si hanno le seguenti associazioni :

$$5.6.4) \quad r_{10} = \chi_2 ; \quad r_9 = \chi_4 ; \quad r_8 = \chi_6 ; \quad r_7 = \chi_8 ; \quad r_6 = \chi_{10} ; \quad r_5 = \chi_{12} ; \quad r_4 = \chi_{14} ; \quad r_3 = \chi_{16} ; \\ r_2 = \chi_{18} ; \quad r_1 = \chi_{20} ; \quad r_0 = \chi_{22} ;$$

Considerando la definizione : $r r_i = -r + r_i$

Si possono scrivere i singoli potenziali interni (per elettrone legato ed elettrone libero) :

$$6.6.4) \quad U_i^i = U_{a_i}^i + \bar{U}_{b_i}^i \quad \text{con : } U_{a_i}^i = 2\hbar^2 \alpha^2 / (m_i \cdot r^2) - e^2 / (2\pi \epsilon_0 r) ; \quad \bar{U}_{b_i}^i = 2\hbar^2 \alpha^2 / (m_i \cdot r r_i^2) - e^2 / (2\pi \epsilon_0 r r_i)$$

Da cui il potenziale interno totale : $\bar{U}_{tot}^i = \sum_{i=2}^{10} \bar{U}_i^i$ di cui alla figura 6.4.B

È da notare che attraverso la 2.6.4 non è possibile determinare f_{20} e quindi χ_0 per cui sull' asse delle ascisse rimane approssimata l' ampiezza del primo canale vicino all' origine determinato dall' assunzione : $\chi_2 = 1$..

Le 5.6.4 , come già accennato , dipendono in questo caso , dal potenziale columbiano esterno , per cui è necessario che possa essere dimostrata questa correlazione per validare il modello scelto . A tale scopo definisco le ampiezze dei canali residui :

$$7.6.4) A(i) \approx r_{i-1} - r_i \quad (i = 1, \dots, 10)$$

e le considero in funzione invertita rispetto al loro indici che assumo come valori crescenti sull' asse delle ascisse . Tabellando i valori $A(i)$ e i relativi indici , mi aspetto un andamento analogo al potenziale coulombiano citato , che posso esprimere in maniera del tutto generale :

$$8.6.4) U_c(x) = e/4\pi\epsilon_0 x = k_e/x$$

Usando un software di regressione simbolica (TURINGBOT) posso ottenere una forma matematica riconducibile alla 8.6.4 . In particolare ottengo :

$$9.6.4) A(x) \equiv A(i) = a + \frac{b}{x+c} \quad \text{dove: } a \approx 0,0912397 ; b \approx 0,874858 ; c \approx 1,35476$$

La 9.6.4 è stata ottenuta (insieme a polinomi più articolati) con RMS error = 0,0165023
Il grafico della 9.6.4 è dato in FIG. 6.4.E .

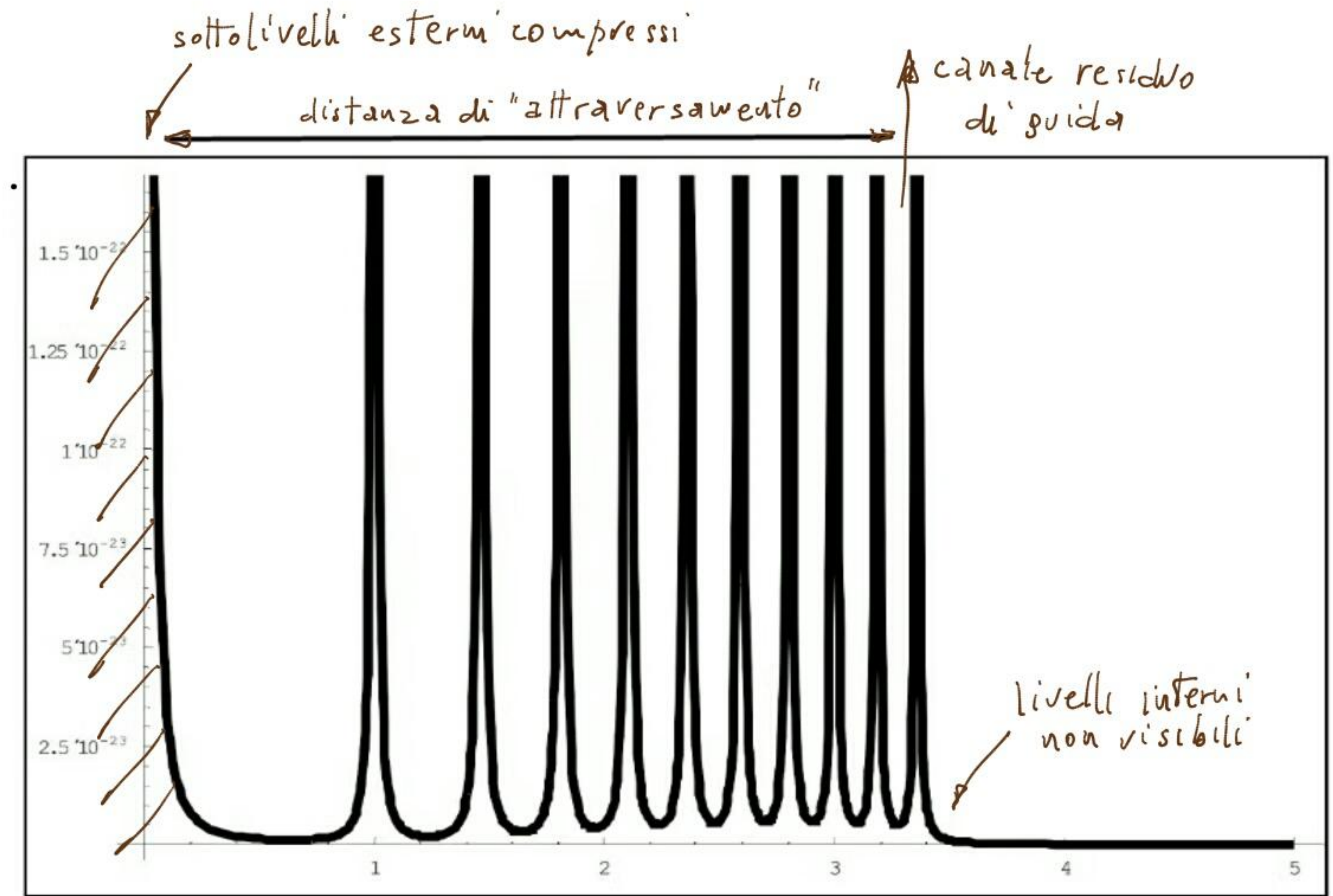


FIG. 6.4.B

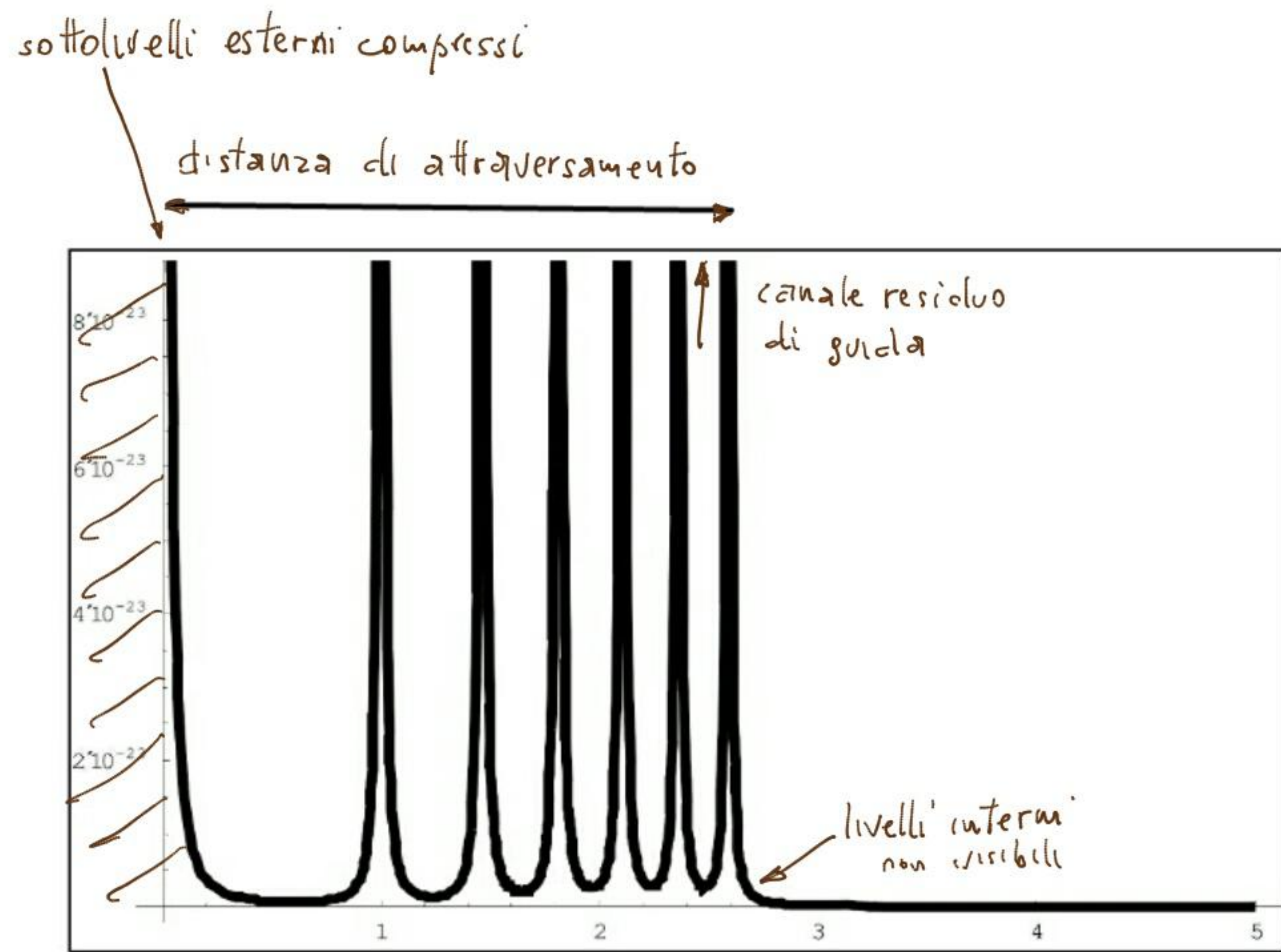


FIG. 6.4.C

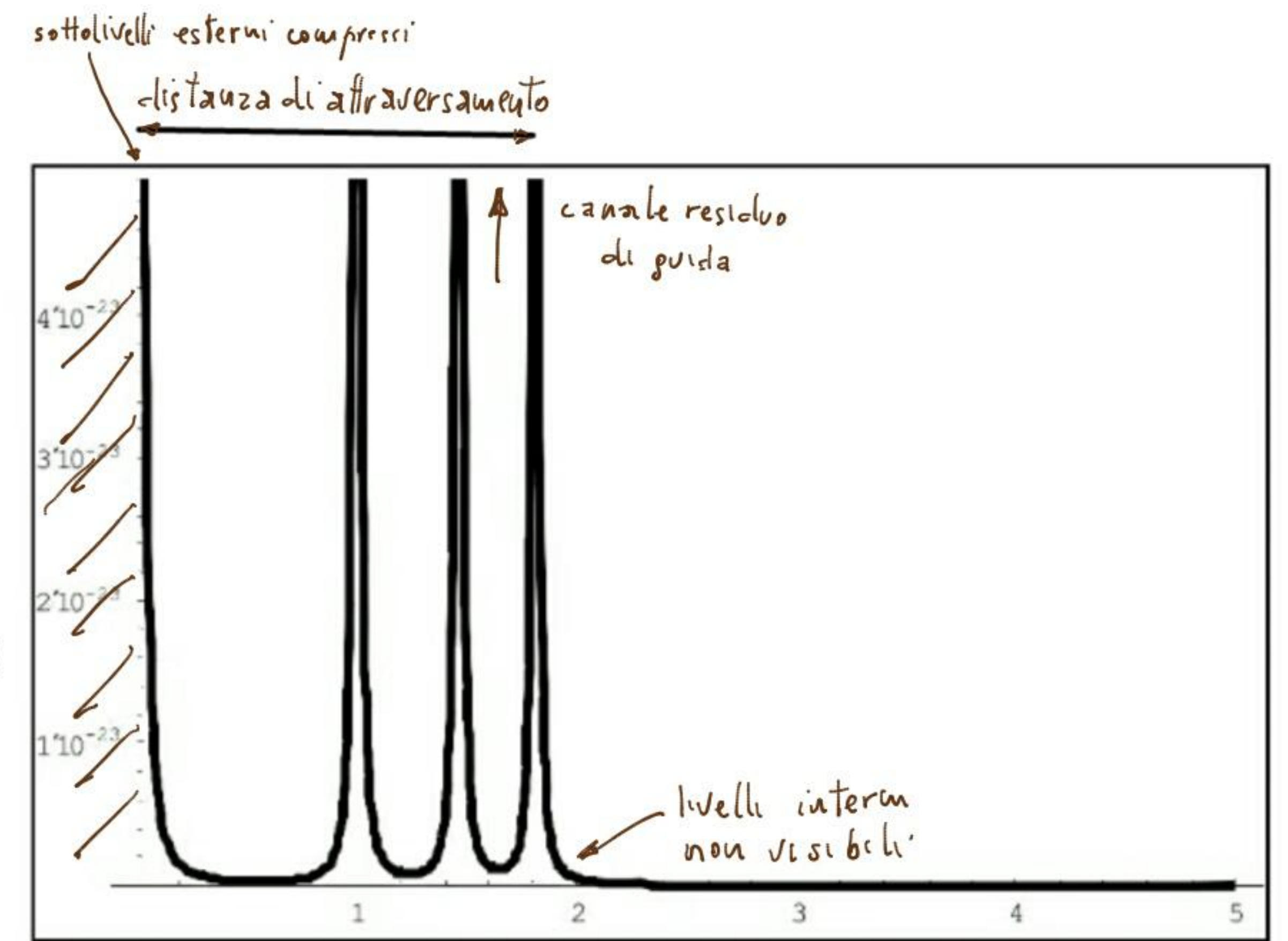


FIG. 6.4.D

Operando delle semplici trasformazioni di coordinate: $A_{\xi}(\xi) = A(x) - a$; $\xi = x + c$ si ottiene:

10.6.4) $A(\xi) = b/\xi$ che ha la stessa forma della 8.6.4, convalidando il modello proposto.

La FIG. 6.4.C illustra il caso a 6 sottolivelli per il quale si ha, in analogia al caso precedente:

11.6.4) $r_6 = x_2$; $r_5 = x_4$; $r_4 = x_6$; $r_3 = x_8$; $r_2 = x_{10}$; $r_1 = x_{12}$; $r_0 = x_{14}$ ed inoltre:

12.6.4)
$$U_{Tot}^i = \sum_{i=1}^6 U_i^i$$

La FIG. 6.4.D illustra il caso a 3 sottolivelli per il quale si ha, in analogia ai casi precedenti:

13.6.4) $r_3 \approx \chi_2$; $r_2 = \chi_4$; $r_1 = \chi_6$; $r_0 = \chi_8$; ed inoltre :

14.6.4) $U_{\text{tot}}^i = \sum_{i=1}^3 U_i^i$

La FIG. 6.4.B può anche rappresentare un insieme di sovrapposizione di tutti i casi con sottolivelli minori come quelli illustrati nelle FIG. 6.4.C e FIG. 6.4.D e gli altri intermedi non rappresentati .

In particolare l' insieme dei canali di guida , indirizza le masse dei sottolivelli relativi e di conseguenza i centri di massa degli elettroni , che si presentano alla distanza di attraversamento lungo il minimo del potenziale interno al canale stesso , verso lo schermo , formando statisticamente le bande di diffrazione che vengono rilevate sperimentalmente .

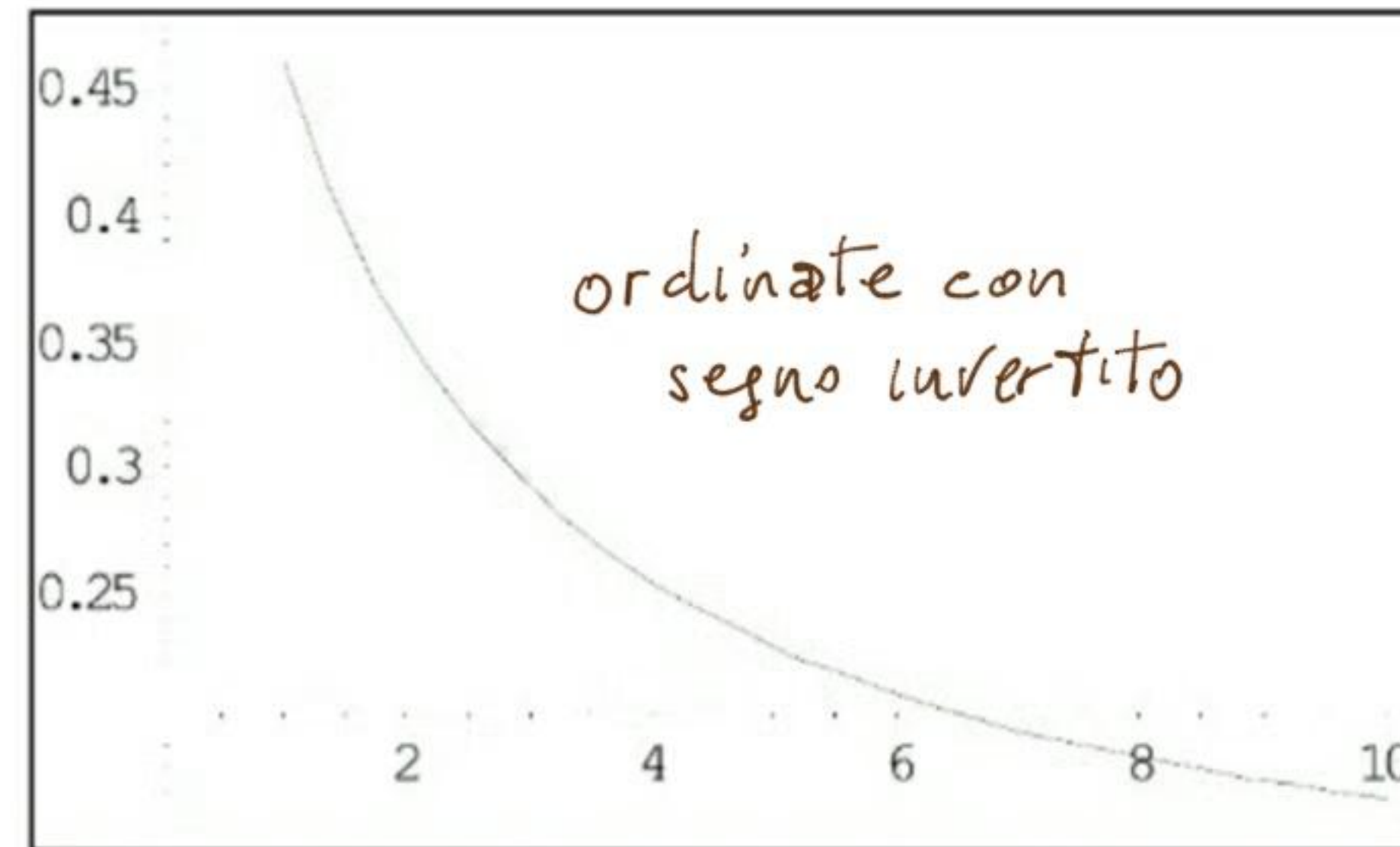


FIG . 6.4.E

1) Diffrazione ed interferenza di elettroni

G . POZZI , G. F. MISSIROLI , P. G. MERLI

Giornale di Fisica - Vol. 15 - N. 3 - Luglio - Settembre 1974

Società Italiana di Fisica

Editrice Compositori Bologna