PAR. 3.2 MASSE

L' unificazione elettrodebole consegna un impianto teorico che, in virtù di tale unificazione, deve avere approcci e formulazioni analoghe riguardo le grandezze che descrivono elettroni e neutrini. Tali grandezze, con diverso valore a regimi dove i quadrimomenti trasferiti sono bassi, assumono lo stesso valore a livelli dove si verifica l' unificazione elettrodebole (circa 100 Gev/c).
Per tali motivi, pur adottando una situazione quasi - statica, cerco una formulazione della massa del neutrino elettronico analoga a quella trovata nel PAR. 1 valida per l' elettrone.
Richiamo, quindi, la costante di accoppiamento debole a basse energie.
La costante di Fermi, ottenuta nel caso di decadimento del neutrone in una interazione considerata a carattere puntiforme a 4 particelle, è la base per la determinazione della costante di accoppiamento per le interazioni deboli.(1)
Per l' universalità delle interazioni deboli si ritiene che la costante di accoppiamento sia la medesima per tutti i sapori, pur cambiando col livello di energia considerato, quindi scrivo :

1.3.2) $\alpha_w = (m_p \cdot c^2)^2 \cdot G_F / (\hbar c)^3 \simeq 1{,}027 \cdot 10^{-5}$

Dove : $\alpha_w \equiv$ costante di accoppiamento debole. $G_F \equiv$ costante di Fermi. $m_p \equiv$ massa del protone.

Usando la stessa metodologia illustrata nel CAP. 1, applico la 10.1.2 al caso del neutrino elettronico e ottengo :

2.3.2) $m_{\nu e}^{th} = \hbar c \left(0{,}5\, \alpha_w^2 + 0{,}4\, \alpha_w^{2,5} + 0{,}8\bar{3}\, \alpha_w^3 + \dots\right) \simeq 1{,}6715 \cdot 10^{-36}\, Kg_m \;(\sim 0{,}938\ eV/c^2)$

Dato il basso valore di α_W e l' approssimazione del limite sperimentale $m^{sp}_{\nu_e}$, posso arrestare il calcolo al 1° termine.

Il risultato ottenuto nella 2.3.2 è compatibile con il valore sperimentale$^{(2)}$ della massa del neutrino elettronico : $m^{sp}_{\nu_e} \leq 2eV/c^2$

oppure : $m^{sp}_{\nu_e} \leq 3{,}6025 \cdot 10^{-36} Kg_m$. Anche nella 2.3.2 ho omesso, come già nel CAP. 1, la costante unitaria dimensionale D_m

Al fine di determinare delle correlazioni tra le masse dei neutrini muonico e tauonico e la rispettiva costante di accoppiamento ritengo necessario procedere ad una estensione della 10.1.2 .
A tale scopo considero la successione armonica $\{Z\}$ descritta nel CAP. 1, aggiungendo quei termini iniziali che erano stati omessi, quindi scrivo:
Per il neutrino muonico: $\{Z_\mu\} \equiv 1/3;\ 1/4;\ 1/5;\ 1/6;\ \ldots$ dove è stato aggiunto il termine $1/3$ alla $\{Z\}$
Per il neutrino tauonico: $\{Z_\tau\} \equiv 1/2;\ 1/3;\ 1/4;\ 1/5;\ 1/6;\ \ldots$ dove sono stati aggiunti i termini $1/2, 1/3$ alla $\{Z\}$

Le successioni $\{Z_{\nu_i}\}$ derivano da una successione generale : $\{Z_\nu\} \equiv 1;\ 1/2;\ 1/3;\ \ldots$ che è la successione armonica completa.
Da essa posso derivare la : $\{2 Z_\nu\}$ e da essa posso dedurre una successione principale generale dei livelli :

$$\{\alpha^n/n\} \equiv \alpha^{0,5}/0{,}5;\ \alpha;\ \alpha^{1,5}/1{,}5;\ \alpha^2/2;\ \alpha^{2,5}/2{,}5;\ \ldots$$

Analogamente a quanto descritto al CAP. 1 derivo le successioni secondarie, che senza nessuna limitazione risultano :

Per : $\alpha^{0,5}/0{,}5 \rightarrow //$; per : $\alpha \rightarrow \alpha/0{,}5$; per : $\alpha^{1,5}/1{,}5 \rightarrow \alpha^{1,5}/0{,}5;\ \alpha^{1,5}$; per : $\alpha^2/2 \rightarrow \alpha^2/0{,}5;\ \alpha^2;\ \alpha^2/1{,}5 \ldots$

Quindi posso scrivere la successione generale totale come unione della successione principale con le secondarie :

3.3.2) $\left\{ \frac{\alpha^{0,5}}{0,5} ; \left(\frac{\alpha}{0,5}, \alpha \right) ; \left(\frac{\alpha^{1,5}}{0,5}, \alpha^{1,5}, \frac{\alpha^{1,5}}{1,5} \right) ; \left(\frac{\alpha^{2}}{0,5}, \alpha^{2}, \frac{\alpha^{2}}{1,5}, \frac{\alpha^{2}}{2} \right) ; \left(\frac{\alpha^{2,5}}{0,5}, \alpha^{2,5}, \frac{\alpha^{2,5}}{1,5}, \frac{\alpha^{2,5}}{2}, \frac{\alpha^{2,5}}{2,5} \right), \ldots \right\}$

che considero come la disponibilità potenziale di livelli, di cui in genere, solo una parte vengono occupati. Negli elementi α^{n}/l_{ν} imponendo i limiti : $b_{\nu} \leq l_{\nu} \leq n-1$ posso ottenere, troncando i primi elementi della successione generale, che significa non occupare i livelli potenzialmente disponibili, le successioni da cui estrarre le formule relative alle masse :

Per il neutrino tauonico :

4.3.2) $\left\{ \frac{\alpha^{0,5}}{0,5} ; \left(\cancel{\frac{\alpha}{0,5}}, \alpha \right) ; \left(\frac{\alpha^{1,5}}{0,5}, \cancel{\alpha^{1,5}}, \frac{\alpha^{1,5}}{1,5} \right) ; \left(\frac{\alpha^{2}}{0,5}, \alpha^{2}, \cancel{\frac{\alpha^{2}}{1,5}}, \frac{\alpha^{2}}{2} \right), \ldots \right\}$ $\qquad b_{\nu_\tau} = 0,5 \leq l_{\nu_\tau} \leq n-1$

Per il neutrino muonico :

5.3.2) $\left\{ \alpha ; \frac{\alpha^{1,5}}{1,5} ; \left(\alpha^{2}, \frac{\alpha^{2}}{2} \right) ; \left(\frac{\alpha^{2,5}}{1,5}, \frac{\alpha^{2,5}}{2,5} \right) ; \left(\frac{\alpha^{3}}{3}, \frac{\alpha^{3}}{2}, \frac{\alpha^{3}}{1,5}, \alpha^{3} \right) ; \ldots \right\}$ $\qquad b_{\nu_\mu} = 1 \leq l_{\nu_\mu} \leq n-1$

Per il neutrino elettronico :

6.3.2) $\left\{ \frac{\alpha^{2}}{2} ; \frac{\alpha^{2,5}}{2,5} ; \left(\frac{\alpha^{3}}{3} + \frac{\alpha^{3}}{2} \right) ; \ldots \right\}$ $\qquad b_{\nu_e} = 2 \leq l_{\nu_e} \leq n-1$

Dove ho posto : $\alpha_w = \alpha$ per semplicità di scrittura.

Dalla 5.3.2 posso derivare :

7.3.2) $m^{th}_{\nu_\mu} = \hbar c \left(\alpha_w + \frac{\alpha_w^{1,5}}{1,5} + \alpha_w^{2} + \frac{\alpha_w^{2}}{2} + \ldots \right) \simeq 3,253 \cdot 10^{-36} \, Kg_m \leq m^{sp}_{\nu_\mu} \leq 3,384 \cdot 10^{-31} \, Kg_m$ [2]

Derivando la formula delle masse per il neutrino tauonico dalla 3.3.2 ottengo valori circa 1 ordine di grandezza più alti del limite sperimentale, per cui, pur mantenendo l' impianto generale che consente di determinare valori compatibili delle masse dell' elettrone, del neutrino elettronico e del neutrino muonico, ritengo necessario implementare una forma più generale, nel rispetto di quanto già trovato, valutando un maggior dettaglio nella successione generale e quindi nelle serie che seguono.
A tal fine trovo conveniente seguire la seguente regola generale :

A) Dato uno dei campi di forze seguenti, considero il numero di bosoni " n " che lo identificano :

- campo elettromagnetico : fotone e antifotone (indistinguibile dal primo, come particella di Majorana) ; n = 2
- campo elettrodebole : bosoni vettori intermedi $W^+;\ W^-;\ Z_0$; n = 3 . A basse energie sono sufficienti : $W^+;\ W^-$; n = 2
- campo forte : 8 gluoni ; n = 8

B) Per ogni campo suddivido la costante d' interazione /accoppiamento che identifica il campo medesimo in funzione del parametro " n " relativo . In generale : $\alpha = \prod_1^n \alpha^{1/n}$; quindi ottengo :

- campo elettromagnetico : $\alpha_e = \left(\alpha_e^{1/2}\right)^2$

- campo elettrodebole : $\alpha_w = \left(\alpha_w^{1/3}\right)^3$ caso generale

- campo forte : $\alpha_s = \left(\alpha_s^{1/8}\right)^8$

Ritornando al caso neutrinico , analogamente a quanto descritto al CAP. 1 posso sviluppare α_w come : $\left(\alpha_w^{1/3}\right)^3$ ottenendo il maggior dettaglio che cercavo.
Inizio sempre considerando $\alpha_w \equiv \alpha$, variabile che sviluppo come segue :

8.3.2) $\alpha^{1/3} = a_1 \cdot \alpha^{2/3} + a_2 \cdot \alpha^{3/3} + a_3 \cdot \alpha^{4/3} + \dots$ per cui scrivo :

9.3.2) $\alpha = (\alpha^{1/3})^3 = (a_1 \alpha^{2/3} + a_2 \alpha^{3/3} + a_3 \alpha^{4/3} + \dots)^3$

Quindi, ordinando opportunamente i termini, in senso del tutto generale :

10.3.2) $\sum K = C_1 \alpha^{6/3} + C_2 \alpha^{7/3} + C_3 \alpha^{8/3} + C_4 \alpha^{9/3} + \dots$

Adottando un' analogo sviluppo armonico come illustrato precedentemente, posso ottenere:

11.3.2) $\sum K_\mu = 3 \left(\frac{\alpha_\mu^{6/3}}{6} + \frac{\alpha_\mu^{7/3}}{7} + \frac{\alpha_\mu^{8/3}}{8} + \frac{\alpha_\mu^{9/3}}{9} + \dots \right)$

Analoga alla :

12.3.2) $\sum K_e = 2 \left(\frac{\alpha_e^{4/2}}{4} + \frac{\alpha_e^{5/2}}{5} + \frac{\alpha_e^{6/2}}{6} + \dots \right)$

La successione implicita nella 11.3.2 può essere estesa a sinistra ottenendo :

13.3.2) $\{Z^*_\nu\} \equiv \left\{ 3\,\alpha_\mu^{1/3} ; \frac{3\,\alpha_\mu^{2/3}}{2} ; \frac{3\,\alpha_\mu^{3/3}}{3} ; \frac{3\,\alpha_\mu^{4/3}}{4} ; \frac{3\,\alpha_\mu^{5/3}}{5} ; \frac{3\,\alpha_\mu^{6/3}}{6} ; \frac{3\,\alpha_\mu^{7/3}}{7} ; \frac{3\,\alpha_\mu^{8/3}}{8} ; \dots \right\}$

Dalla $\{Z^*_\nu\}$ posso estrarre delle successioni derivate per ogni sapore neutrinico, ritrovando forme compatibili con quelle precedenti, per i neutrini elettronico e muonico come era stato imposto precedentemente.
Scrivo, quindi, direttamente le espressioni per le masse dei singoli sapori senza esplicitare le successioni derivate che rimangono un prodotto intermedio del calcolo facilmente identificabile.

Per il neutrino elettronico :

14.3.2) $m^{th}_{\nu_e} = \hbar c \left(\frac{\alpha_w^2}{2} + \frac{3}{7} \alpha_w^{7/3} + \frac{3}{8} \alpha_w^{8/3} + \dots \right) \simeq 1{,}70 \cdot 10^{-36}\ Kg_m$ $\qquad m^{sp}_{\nu_e} \leq 3{,}6 \cdot 10^{-36}\ Kg_m$

Per il neutrino muonico :

15.3.2) $m^{th}_{\nu_\mu} = \hbar c \left(\frac{3\alpha_w^{3/3}}{3} + \frac{3}{4} \alpha_w^{4/3} + \frac{3}{5} \alpha_w^{5/3} + \dots \right) \simeq 3{,}3 \cdot 10^{-31}\ Kg_m$ $\qquad m^{sp}_{\nu_\mu} \leq 3{,}387 \cdot 10^{-31}\ Kg_m$

Per il neutrino tauonico :

16.3.2) $m^{th}_{\nu_\tau} = \hbar c \left(\frac{3}{2} \alpha_w^{2/3} + \alpha_w + \frac{3}{4} \alpha_w^{4/3} + \dots \right) \simeq 2{,}27 \cdot 10^{-29}\ Kg_m$ $\qquad m^{sp}_{\nu_\tau} \leq 3{,}24 \cdot 10^{-29}\ Kg_m$

Data l' approssimazione dei dati sperimentali[2] che esistono solo come limiti superiori, non ho ritenuto necessario inserire nel calcolo delle masse anche il contributo dei sottolivelli che, contenuto per i neutrini elettronico e muonico, sarebbe stato sensibile per il neutrino tauonico.
La 14.3.2 ha lo stesso termine principale della 2.3.2 , mentre i termini successivi, ancorché non esaustivi, contribuiscono a dare un risultato più vicino al limite sperimentale.
Analogamente la 15.3.2 ha lo stesso termine principale della 7.3.2 ed i termini successivi contribuiscono ad una migliore approssimazione del limite sperimentale.
La 16.3.2 presenta un primo termine che non era possibile ottenere se non con la schematizzazione attuale, ottenendo, seppur in maniera non esaustiva, una discreta approssimazione del limite sperimentale.
Al di là del metodo concettuale usato per ottenere la formula delle masse, nei casi elettronici e neutrinici, essa esprime e sottintende sostanzialmente l' ipotesi di distribuzione di carattere armonico dei livelli e sottolivelli descritti e calcolati.