

PAR. 3.6 OSCILLAZIONI NEUTRINI

La teoria corrente ipotizza un "mixing" di neutrini (considero, per ora, solo 2 delle 3 famiglie) definito attraverso combinazioni lineari di autostati di massa ν_1, ν_2 con autovalori m_1^2, m_2^2 secondo le seguenti relazioni: ⁽⁹⁾

$$1.3.6) |\nu_\alpha\rangle = \cos\theta_{12} |\nu_1\rangle - \sin\theta_{12} |\nu_2\rangle$$

con $\theta_{12} \equiv$ angolo di mixing

$$2.3.6) |\nu_\beta\rangle = \sin\theta_{12} |\nu_1\rangle + \cos\theta_{12} |\nu_2\rangle$$

Nell'evoluzione temporale tra sorgente e rivelatore a distanza L , la probabilità che un fascio di neutrini di energia cinetica E si trasformi da ν_α a ν_β (probabilità di rilevare ν_β) è data da: ⁽⁹⁾

$$3.3.6) \mathcal{P}(\alpha \rightarrow \beta) = \sin^2(2\theta_{12}) \cdot \sin^2\left(\frac{1}{4} \frac{c^3}{\hbar} \Delta m_{2,1}^2 \frac{L}{E}\right)$$

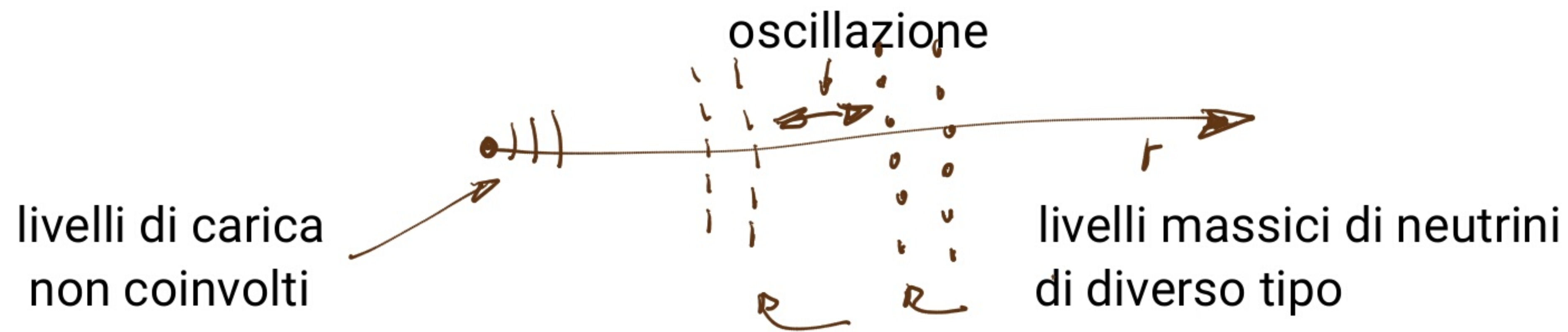
Per valori determinati di L ed E , eseguendo misure di flussi neutrini si riesce a stimare \mathcal{P} da cui $\Delta m_{2,1}^2$.

Ciò è valido anche nel caso più completo riguardante tutte 3 le famiglie neutriniche, per cui si riesce a determinare, per via indiretta $\Delta m_{2,1}^2, \Delta m_{3,1}^2, \Delta m_{3,2}^2$. Al momento attuale non esiste un modo per calcolare $\Delta m_{i,j}^2$ attribuendone un preciso significato fisico, per via esclusivamente teorica.

Lo scopo di questo paragrafo è quello di pervenire ad un calcolo di $\Delta m_{i,j}^2$ attribuendone un significato fisico derivante dalla considerazione concomitante di livelli e sottolivelli "massicci" dei sapori neutrinici coinvolti.

A questo scopo sono necessarie alcune precisazioni ed assunzioni :

- 1) I flussi di neutrini misurati hanno energie che non superano in genere qualche GeV, per cui i livelli di energia intrinseca, che ipotizzo coinvolti nel fenomeno, sono di tipo "massico", in aggiunta ad una frazione di energia non intrinseca. La carica essendo la medesima, per tutti i sapori, non viene coinvolta.
- 2) Le energie disponibili nel fenomeno dell'oscillazione, oscillano appunto, tra energia intrinseca a carico di un dato sapore neutrino ed energia non intrinseca. In questa maniera l'energia non intrinseca può "trasformarsi" in energia intrinseca di un tipo di neutrino o di un altro tipo, realizzando in tal modo l'oscillazione. Il fenomeno suddetto equivale alla "attivazione" od occupazione di livelli "massici" che distinguono, in tal maniera, un tipo di neutrino da un altro tipo.

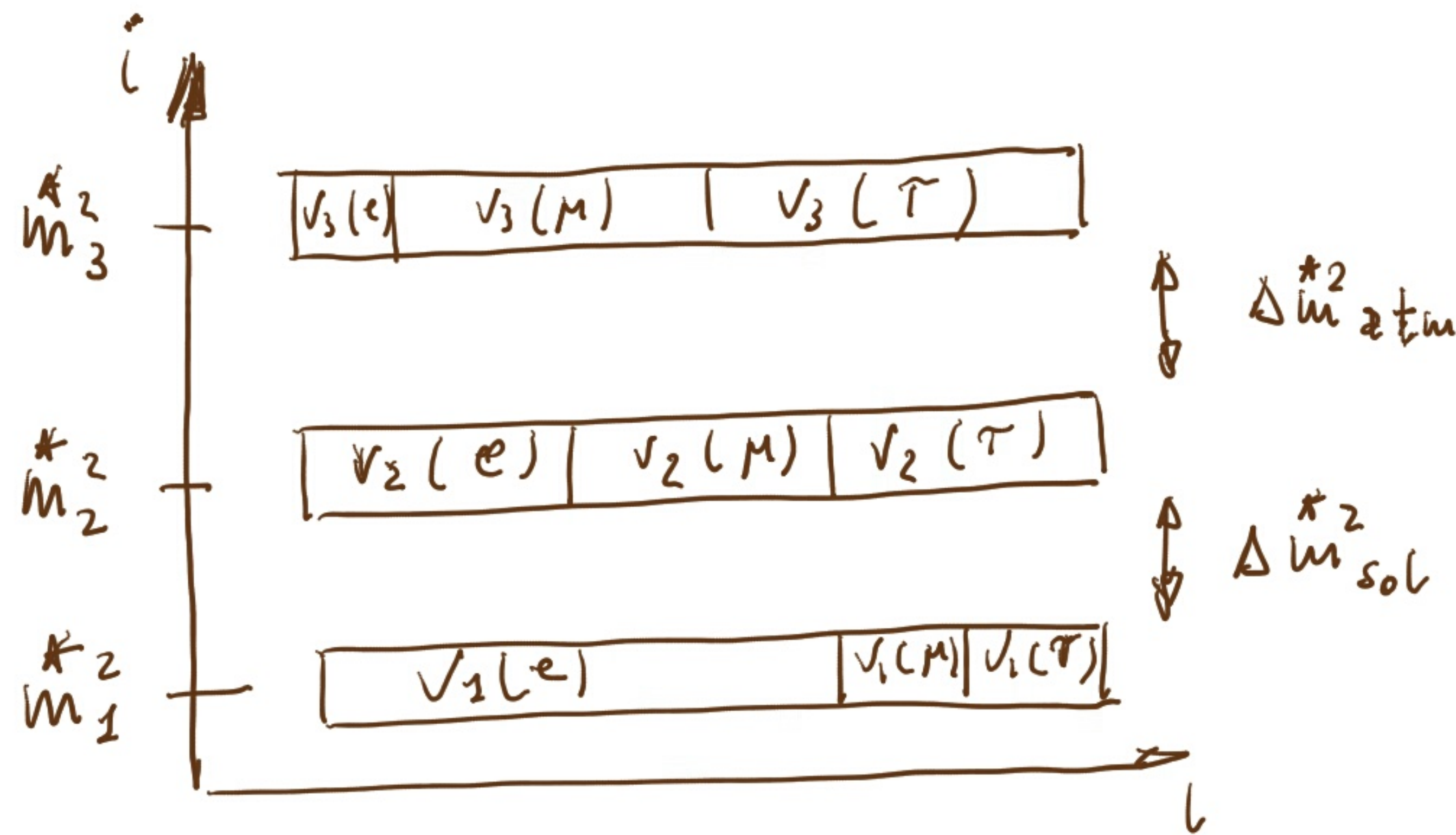


- 3) La disponibilità di energia non intrinseca, genera anomalie nella distribuzione dei livelli "massici" di livello elevato, mentre i livelli caratteristici, di livello più basso, con le loro variazioni di massa realizzano l'oscillazione dei singoli tipi di neutrini. Per tale motivo le anomalie possono essere presenti per livelli con : $h > 6/3$ ($\alpha_w^{6/3}$), perché per $h \leq 6/3$ si hanno variazioni di massa per il neutrino elettronico, quindi per il neutrino muonico e a seguire per il neutrino tauonico. Le anomalie consistono in sottolivelli occupati quando il modello teorico, di cui al PAR. 3.2, non lo consentirebbe, anche se concettualmente disponibili. La sovrapposizione di sottolivelli anomali e standard, tra i sapori neutrinici che fanno parte di un data oscillazione, va a costituire, nel loro insieme gli autovalori di massa m_i^* .



Assumo che configurazioni opportune di sottolivelli anomali e standard determinano i valori di massa per ogni sapore $m_i^*(\nu_i)$

4) Diverse tipologie di esperimenti con neutrini solari, atmosferici, da acceleratori e da reattori hanno permesso di ottenere un quadro riassuntivo che riporto per il caso di "gerarchia normale".



$$\sqrt{3}(e) = X \quad ; \quad \sqrt{3}(\mu) = 0,5 - \frac{X}{2} \quad ; \quad \sqrt{3}(\tau) = 0,5 - \frac{X}{2}$$

$$\sqrt{2}(e) \approx 0,36 \quad ; \quad \sqrt{2}(\mu) \approx 0,32 \quad ; \quad \sqrt{2}(\tau) \approx 0,32$$

$$\sqrt{2}(e) \approx 0,64 - X \quad ; \quad \sqrt{2}(\mu) \approx 0,28 + \frac{X}{2} \quad ; \quad \sqrt{2}(\tau) \approx 0,28 + \frac{X}{2}$$

$$\sum \sqrt{i}^*(L) = 1 \quad ; \quad \sum \sqrt{i}^*(\bar{L}) = 1$$

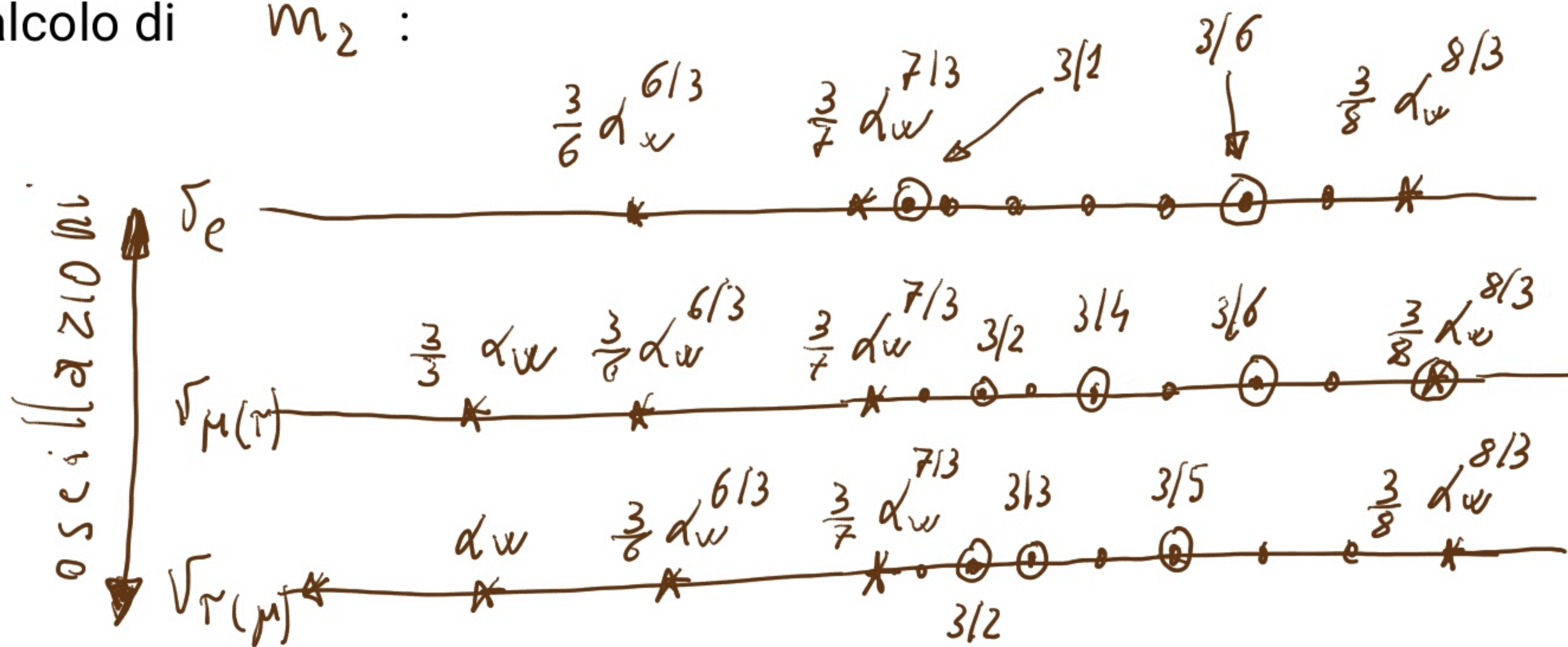
I valori delle masse $m_i^*(\nu_i)$ devono rispettare le percentuali di sapore riportate a lato del quadro riassuntivo.

5) Dal calcolo dei $\overset{*}{m}_i(\nu_l)$ ($l = e, \mu, \tau; i = 1, 2, 3$) assumendo:

$$4.3.6) \quad \overset{*}{m}_i = \overset{*}{m}_i(\nu_e) + \overset{*}{m}_i(\nu_\mu) + \overset{*}{m}_i(\nu_\tau) \quad \forall i$$

Posso ottenere: $\overset{*}{m}_i^2$ e $\Delta \overset{*}{m}_{i,j}^2$ da confrontare con i dati sperimentali.

Calcolo di $\overset{*}{m}_2$:



$$\overset{*}{m}_2(\nu_e) \approx \gamma \cdot \hbar e \cdot (3 + 0,5) d_w^{8/3}$$

$$\overset{*}{m}_2(\nu_\mu) \approx \gamma \cdot \hbar e (1,5 + 0,75 + 0,5 + 0,375) d_w^{8/3}$$

$$\overset{*}{m}_2(\nu_\tau) \approx \gamma \cdot \hbar e (1,5 + 1 + 0,6) d_w^{8/3}$$

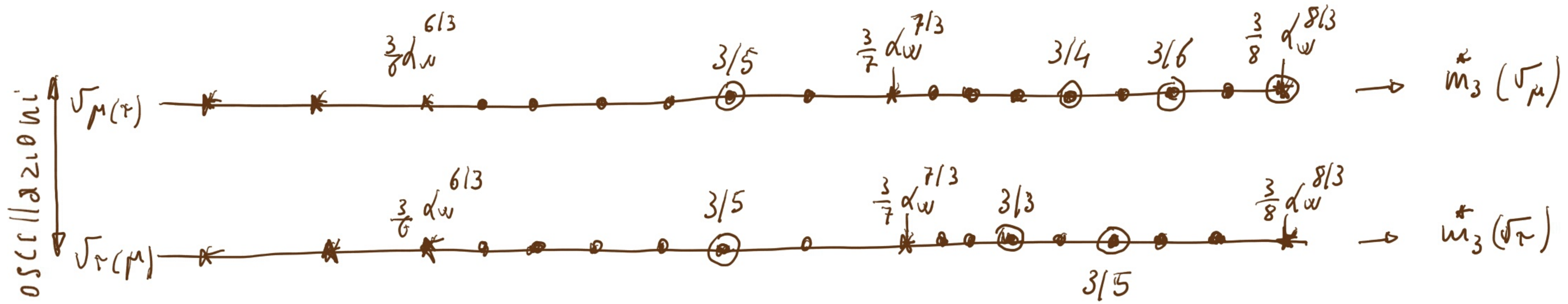
$$5.3.6) \quad \overset{*}{m}_2 = \overset{*}{m}_2(\nu_e) + \overset{*}{m}_2(\nu_\mu) + \overset{*}{m}_2(\nu_\tau) = (3,0938 + 2,7403 + 2,7621) \cdot 10^{-3} \approx 8,5962 \cdot 10^{-3} \text{ eV}/c^2$$

Con γ fattore di conversione da kg_m a eV/c^2 Dalla 5.3.6 si possono ottenere e verificare i valori di $\sqrt{2}(l)$:

$$6.3.6) \quad \sqrt{2}(l) = \overset{*}{m}_2(\nu_l) / \overset{*}{m}_2 \quad \forall l$$

$$\sqrt{2}(e) \approx 3,0938 / 8,5962 \approx 0,36; \quad \sqrt{2}(\mu) \approx 2,7403 / 8,5962 \approx 0,319; \quad \sqrt{2}(\tau) \approx 2,7621 / 8,5962 \approx 0,321$$

Calcolo di m_3^* : L' esperimento CHOOZ⁽¹⁰⁾ esclude oscillazioni: $\bar{\nu}_e - \bar{\nu}_\mu$ ($\bar{\nu}_e - \bar{\nu}_\tau$) per cui assumo: $\kappa = 0$



7.3.6) $m_3^*(\nu_\mu) = \gamma \hbar c \left[0,6 \cdot d_w^{7/3} + (0,75 + 0,5 + 0,375) \cdot d_w^{8/3} \right] \approx 2,581 \cdot 10^{-2} \text{ eV}/c^2$

8.3.6) $m_3^*(\nu_\tau) = \gamma \hbar c \left[0,6 d_w^{7/3} + (1 + 0,6) \cdot d_w^{8/3} \right] \approx 2,579 \cdot 10^{-2} \text{ eV}/c^2$

9.3.6) $m_3^* = m_3^*(\nu_\mu) + m_3^*(\nu_\tau) \approx 5,16 \cdot 10^{-2} \text{ eV}/c^2$

Verifico i valori di $\sqrt{3}(L)$:

10.3.6) $\sqrt{3}(L) = m_3^*(\nu_i) / m_3^* \quad \forall i$

$\sqrt{3}(\mu) \approx 2,581 / 5,16 \approx 0,50$; $\sqrt{3}(\tau) \approx 2,579 / 5,16 \approx 0,50$

Assumendo⁽⁹⁾ $m_3^* > m_2^* \gg m_1^*$ e posto: $\Delta m_{i,j}^{*2} = m_i^* - m_j^* \approx m_i^*$ posso scrivere:

$$11.3.6) (\Delta m_{2,1}^{*2})_{+h} \simeq m_2^{*2} \simeq 7,389 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2/c^4 \text{ compatibile }^{(9)} \text{ con: } (\Delta m_{2,1}^{*2})_{SP} = (6,93 \div 7,96) \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2/c^4 [3\sigma]$$

$$12.3.6) (\Delta m_{3,1}^{*2})_{+h} \simeq m_3^{*2} \simeq 2,66 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2/c^4 \text{ compatibile }^{(9)} \text{ con: } (\Delta m_{3,1}^{*2})_{SP} = (2,42 \div 2,69) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2/c^4 [3\sigma]$$

Posso stimare $(m_1^*)_{\max}$ (supponendo $(m_1^*)_{\max} > 0$):

$$13.3.6) (m_1^*)_{\max} = m_2^{*2} - (\Delta m_{2,1}^{*2})_{SP} \simeq (7,389 - 6,93) \cdot 10^{-5} \simeq 4,59 \cdot 10^{-6} \text{ eV}^2/c^4 \text{ per cui: } (m_1^*)_{\max} \simeq 2,142 \cdot 10^{-3} \text{ eV}/c^2$$

Nelle ipotesi fatte, posso ottenere $(m_1^*)_{\max}$ nel seguente modo:

$$14.3.6) (m_1^*)_{\max} \simeq \gamma \hbar c d_{\nu}^{8/3} (1,5 + 0,5 + 0,4285) \simeq 2,146 \cdot 10^{-3} \text{ eV}/c^2$$

La stessa procedura per ottenere $(m_1^*)_{\max}$ da $(\Delta m_{31}^{*2})_{SP}$ porterebbe a valori di $(m_1^*)_{\max} > m_2^*$ contrari alle ipotesi fatte.

(*) Con l'eccezione di un numero limitato di eventi di neutrini rilevati da IceCube, di origine probabilmente astrofisica. ⁽¹¹⁾